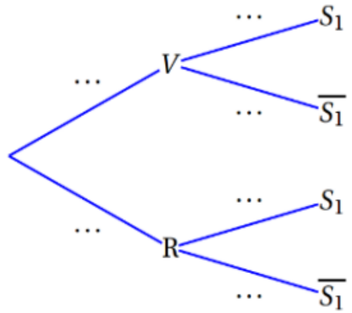
Exercice :

Une urne contient trois dés équilibrés, deux d'entre eux sont verts et possèdent six faces numérotées de 1 à 6 et le troisième est rouge possède deux faces numérotées 1 et quatre faces numérotées 6.
On prend un dé au hasard de l'urne et on le lance. (les résultats seront données sous forme de fractions).
On considère les évènements suivants :

V « le dé tiré est vert ».
R « le dé tiré est rouge ».
S_1 « on obtient 6 au lancer du dé ».



1°) On tire au hasard un dé de l'urne et on effectue un lancer de celui-ci.

a) Recopier et compléter l'arbre ci-dessous.
b) Calculer la probabilité $p(S_1)$.
c) Sachant qu'on a obtenu le numéro 6 sur le dé lancé, calculer la probabilité qu'il soit rouge.

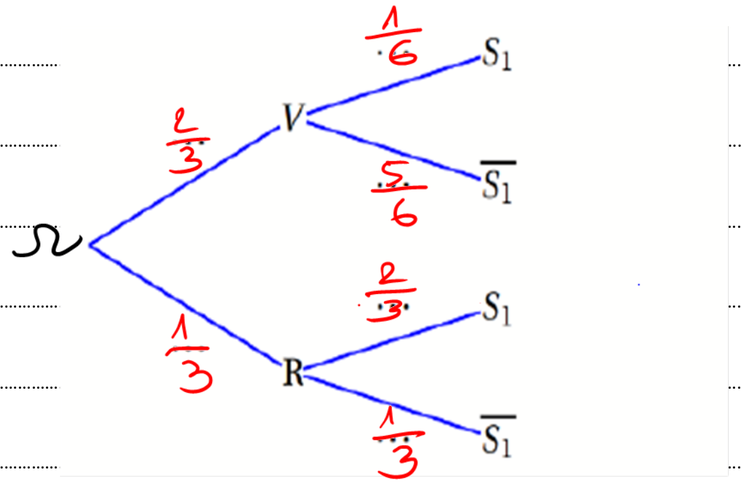
2°) On tire au hasard un dé de l'urne. Pour tout entier naturel n non nul, on lance n fois de suite ce dé.

On désigne par S_n l'évènement « on obtient 6 à chacun des n lancés ».

a) Exprimer $p(S_n)$ en fonction de n.
b) Pour tout entier naturel non nul n, on pose p_n la probabilité d'avoir tiré le dé rouge, sachant qu'on a obtenu le numéro 6 à chacun de n lancers.

Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}^*$: $p_n = \dfrac{1}{2\left(\frac{1}{4}\right)^n + 1}$.

1) a)



b) $p(S_1) = p(S_1 \cap R) + p(S_1 \cap V)$

$= \frac{1}{3} \times \frac{2}{3} + \frac{1}{6} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$